

Exercice 1 :

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$

b) $-2x^2+7x-5 = 0$

c) $\frac{x^2-x+1}{x+2} = 2x+3$

d) $(x^2+2x+1)^2 < 16$

e) $\frac{3x^2+2x+1}{x^2-3x-10} > 0$

Exercice 2 :

f est la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ et (u_n) la suite définie pour tout naturel n par $u_n = f(n)$.

1. a) Calculez u_0, u_1, u_2 .

b) Représentez graphiquement dans un repère les trois premiers termes de la suite (u_n) , c'est-à-dire placez les points $M_0(0; u_0), M_1(1; u_1), M_2(2; u_2)$.

2. a) Étudiez le sens de variation de la fonction f sur \mathbb{R}^+ .

b) Tracez dans le repère précédent la courbe représentative de la fonction f pour $x \in [0; 6]$.

c) Expliquez comment on peut utiliser cette courbe pour représenter graphiquement les termes de la suite (u_n) . Placez les points de coordonnées $(3; u_3)$ et $(4; u_4)$.

3. a) En utilisant la question 2. a), expliquez pourquoi, quel que soit l'entier naturel n , on a $u_{n+1} > u_n$.
Quel est le sens de variation de (u_n) ?

b) Retrouvez le résultat précédent en calculant $u_{n+1} - u_n$.

4. a) Calculez $u_{10}, u_{100}, u_{1000}$.

b) Trouvez deux naturels n tels que : $u_n > 10^6$.

c) Y a-t-il « beaucoup » de naturels n tels que : $u_n > 10^6$?

d) A est un réel strictement positif fixé (A pouvant être très grand). En utilisant la représentation graphique de f , expliquez pourquoi les u_n finissent par dépasser A .