1ère ES/L – Mr Gniady	*Mathématiques*	
Activité – Introduction à la notion de nombre dérivé		

Objectifs :

- Comprendre ce que représente un **taux d'accroissement**.
- Introduction des notions de **tangentes à une courbe** et de **nombre dérivé**.

Activité :

Le cours en bourse de l'action Microsoft a fortement augmenté entre les années 1994 et 2000 avec les sorties successives de Windows 95 et Windows 98.

On peut modéliser cette évolution par la fonction f définie sur [0 ; 6] par $f(x)=\frac{8}{5}x^2+3$ où x représente le nombre d'années écoulées à partir du 1er janvier 1994 ($x = 0$) et $f(x)$ la valeur de l'action en Dollars. On arrondira tous les résultats au dixième.

1) **a)** Quelle était la valeur de l'action le 1er janvier 1994 ? Et le 1er janvier 2000 ?
b) Faites une recherche rapide pour vérifier si ce modèle est cohérent avec la réalité.

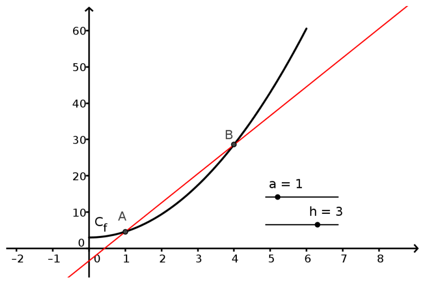
Partie I : Construction avec GeoGebra

2) **a)** Construire la courbe représentative C_f de la fonction f définie sur [0 ; 6] par $f(x)=\frac{8}{5}x^2+3$. Adapter la fenêtre pour visualiser l'évolution de l'action Microsoft de 1994 à 2000.

b) A l'aide de l'icône créer un curseur de nom a pour a compris entre 0 et 5 avec un incrément de 1.

Créer un deuxième curseur de nom h pour h compris entre -2 et 6 avec un incrément de 0,01.

c) Créer le point A appartenant à C_f d'abscisse a en tapant dans la zone de saisie : **A=(*a*, *f*(*a*))**
Créer, de même, le point B($a+h$; $f(a+h)$) de C_f, et tracer la droite (AB) en rouge.



Partie II : Exploitation

3) Placer les curseurs aux valeurs a = 1 et h = 3.
a) Donner les coordonnées des points A et B. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

Ce coefficient représente le taux d'accroissement de la fonction *f* entre 1 et 4.

b) Compléter la phrase suivante :

Entre le 1er janvier 1995 et le 1er janvier 1998, l'action a augmenté en moyenne de ……………… $ par an.

c) A l'aide de l'outil « pente » afficher le coefficient directeur de la droite (AB).
En faisant varier a et h, déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre 3 et 6. Interpréter ce résultat. Comparez-le au résultat de la question précédente.

4) On fixe maintenant le curseur *a* à la valeur *a* = 2 et on fait varier *h*.
a) Comment évolue le point B lorsque h s'approche de 0 ? Que devient la droite (AB) ?

Cette droite est appelée tangente à la courbe C_f en A.

b) Que représente $f(2)$ pour le point A ? Pour une valeur de h quelconque, que représente $f(2+h)$ pour le point B ?

c) Démontrer que le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$. Il s'agit du taux d'accroissement de la fonction f entre 2 et 2+h.

5) **a)** Sur le graphique, vers quelle valeur évolue ce coefficient directeur lorsque h tend vers 0 ?

Ce nombre représente le taux d'accroissement instantané de *f* au point d'abscisse 2. Il s'appelle le <u>nombre dérivé</u> de la fonction *f* en 2.

b) Compléter la phrase suivante :

<u>Au 1er janvier 1995</u>, la valeur de l'action Microsoft augmentait de ………….. $ par an.

c) En modifiant a, déterminer le taux d'accroissement instantané de la fonction f au point d'abscisse 5. Interpréter ce résultat. Comparez-le au résultat de la question précédente.

<u>Partie 3 : Par le calcul</u>

On vous rappelle l'équation de la fonction f : $f(x)=\frac{8}{5}x^2+3$

6) **a)** Pour $a = 2$, démontrer que le taux d'accroissement de f entre 2 et 2+h est :

$$T(h) = \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{32}{5} + \frac{8}{5}h\ .$$

b) Retrouver le résultat de la question **5) a)** en faisant tendre h vers 0 dans l'expression précédente.

Définition :
Le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe C_f **au point d'abscisse *a*** est appelé le **nombre dérivé** de la fonction f en a. Il se note $f'(a)$. Ce nombre s'obtient par le calcul :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

7) Retrouver par le calcul le nombre dérivé de la fonction f au point d'abscisse 5.