

Chapitre 8

Probabilités

Classe de seconde

Probabilités

I. Vocabulaire.....	2
1) Univers, événements.....	2
2) Intersection, réunion, événement contraire.....	2
II. Probabilité d'un événement sur un ensemble fini.....	3
1) Probabilité.....	3
2) Équiprobabilité.....	3
3) Calculs de probabilité.....	4

I. Vocabulaire

1) Univers, événements

Définitions :

- Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas prévoir l'issue de l'expérience.
- Une **issue** d'une expérience aléatoire est un résultat possible pour cette expérience. On dit aussi **événement élémentaire**.
- L'ensemble de toutes les issues d'une expérience aléatoire est appelé **l'univers** associé à cette expérience. On le note souvent Ω (oméga).
- Un **événement** A est une partie de l'univers Ω ou sous-ensemble de Ω . On dit qu'une issue **réalise** un événement A lorsque cette issue est un résultat appartenant à la partie A.

Événement particuliers :

- L'événement **impossible** est l'ensemble vide noté \emptyset : aucune issue ne le réalise.
- L'événement **certain** est l'univers Ω : toutes les issues le réalisent.
- Un événement **élémentaire** est un événement formé d'une seule issue.

Exemple :

Une expérience aléatoire consiste à lancer un dé à 6 faces et noter le nombre qui apparaît sur la face supérieure.

L'ensemble des issues possibles est $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

L'événement A « obtenir un multiple de 3 » est la partie de Ω : $A = \{3 ; 6\}$.
L'issue 3 réalise l'événement A, mais l'issue 5 ne réalise pas A.

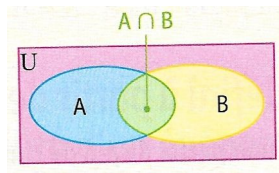
L'événement B « obtenir le 1 » est un événement élémentaire : $B = \{1\}$.

2) Intersection, réunion, événement contraire

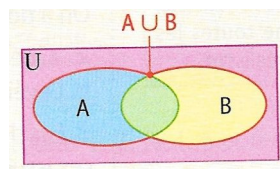
Définitions :

Soient A et B deux événements.

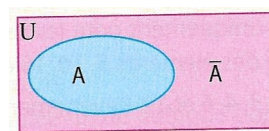
- **L'intersection** de A et de B, notée $A \cap B$ (se lit « A inter B ») ou **A et B**, est l'événement constitué des issues réalisant A et B en même temps.
- Dans le cas où A et B ne peuvent pas être réalisés en même temps, c'est à dire si $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont **incompatibles** ou disjoints.
- La **réunion** de A et de B, notée $A \cup B$ (se lit « A union B ») ou **A ou B**, est l'événement constitué des issues réalisant A ou B, c'est à dire au moins l'un des deux.
- L'événement **contraire** de A, noté \bar{A} , est constitué de toutes les issues de Ω ne réalisant pas A.



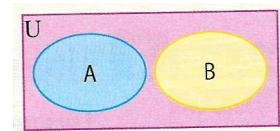
intersection



Réunion



Événement contraire



Événements incompatibles

Exemples :

On reprend l'exemple précédent avec l'univers $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

Soit l'événement C « obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ». On a $C = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.

- $A \cap C$ est l'événement « obtenir un multiple de 3 qui est inférieur à 4 ». On a $A \cap C = \{3\}$.

- $A \cap B = \emptyset$, les événements A et B sont incompatibles.

- $A \cup C$ Est l'événement « obtenir un multiple de 3 ou un n ombre inférieur ou égal à 4 ». On a $A \cup C = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6\}$.

- \bar{C} est l'événement « obtenir un nombre strictement supérieur à 4 ». On a $\bar{C} = \{5 ; 6\}$.

II. Probabilité d'un événement sur un ensemble fini

1) Probabilité

Définitions :

La probabilité d'un événement élémentaire e, notée $p(\{e\})$ est un nombre réel tel que :

- Ce nombre est compris entre 0 et 1 ;
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires de l'univers vaut 1 ;
- $P(\emptyset) = 0$;
- $P(\Omega) = 1$.

La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires qui composent l'événement A.

Exemple :

La probabilité de l'événement D « obtenir un nombre pair » est :

$$P(D) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

2) Équiprobabilité

Définitions :

Deux événements qui ont la même probabilité sont dits **équiprobables**.

Lorsque tous les événements élémentaires d'un univers Ω ont la même probabilité, on dit qu'on est dans une **situation d'équiprobabilité**.

Dans le cas de l'équiprobabilité, en notant n le nombre d'issues de Ω , chaque événement élémentaire e a pour probabilité $P(\{e\}) = \frac{1}{n}$.

En cas d'équiprobabilité sur un univers Ω ayant n issues, la probabilité d'un événement A est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple :

Une expérience aléatoire consiste à lancer un dé cubique bien équilibré et on note A l'événement « le résultat est 3 ou 6 ».

On a $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ et $A = \{3 ; 6\}$.

On obtient : $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

3) Calculs de probabilité

Propriétés :

Soient A et B deux événements.

- Dans le cas où A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- Pour tous les événements A et B , la probabilité de la réunion de deux événements est :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

- Pour tout événement A , la probabilité de l'événement contraire est : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.