Chapitre 9
Géométrie dans l'espace

Classe de seconde

Géométrie dans l'espace

I. Représentation plane d'un solide

1) Les patrons d'un solide

Définitions :
Un patron d'un solide est une figure géométrique plane qui permet d'obtenir le solide après des pliages.

Activité.

2) La perspective cavalière

La perspective cavalière est une manière de représenter en deux dimensions des objets de l'espace.

Propriétés : règles de la représentation en perspective cavalière

- Dans un plan vu de face, une figure est représentée en vraie grandeur ou à une échelle (sans changer sa forme).

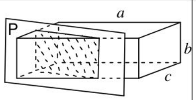
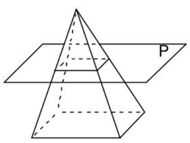
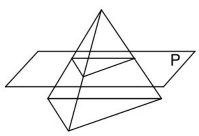
- Deux droite parallèles sont représentées par deux droites parallèles.

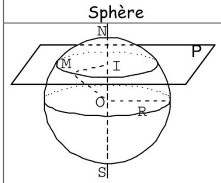
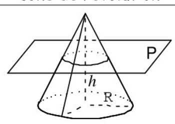
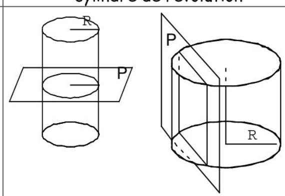
- Des point alignés sont représentés par des points alignés.

- Le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment dessiné ; les proportions de longueurs sont respectées.

- Les éléments visibles sont dessinés en traits pleins ; les éléments cachés sont dessinés en pointillés.

II. Solides usuels

Pavé droit	Pyramide	Tétraèdre
		 Un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire
V = *abc* Si le plan P est parallèle à une arête, la section est un rectangle.	$V = \frac{1}{3}$ Base $\times$ hauteur Si P est parallèle à la base, la section est un polygone dont les côtés sont parallèles à ceux de la base.	$V = \frac{1}{3}$ Base $\times$ hauteur Si P est parallèle à l'une des faces, la section est un triangle dont les côtés sont parallèles à ceux de la base

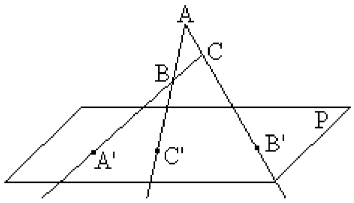
Sphère	cône de révolution	cylindre de révolution
		
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ La section est un cercle. Si [NS] est le diamètre de la sphère, orthogonal au plan P en I, alors I est le centre du cercle.	$V = \frac{1}{3}(\pi R^2) \times h$ Si P est parallèle à la base, la section est un cercle dont le centre se trouve sur l'axe du cône.	$V = \pi R^2 \times$ hauteur • Si P est parallèle aux bases, la section est un cercle de même rayon que le cylindre et dont le centre se trouve sur l'axe du cylindre. • Si P est parallèle à l'axe, la section est un rectangle.

III. Position relative de droites et plans

1) Règles d'incidence

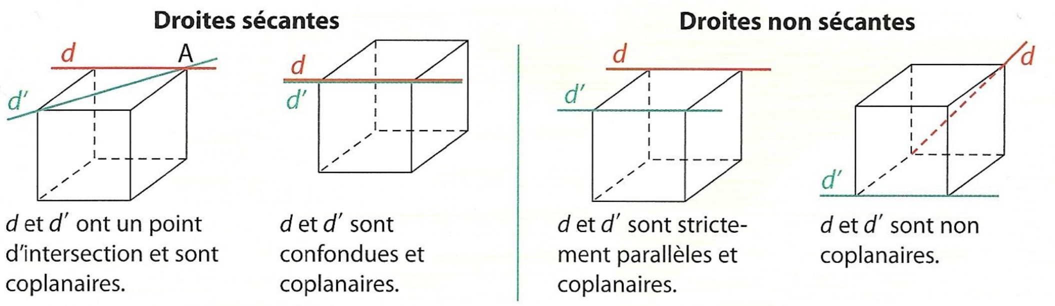
règle 1 : Par deux points distincts, il passe une unique droite.
règle 2 : Par trois points non alignés A, B et C passe un seul plan. Ce plan est noté (ABC).
règle 3 : Si A et B sont deux points d'un plan $\mathscr{P}$, tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan $\mathscr{P}$.
On dit que la droite (AB) est contenue dans le plan $\mathscr{P}$ et on note
règle 4 : Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer tous les théorèmes de géométrie plane.
règle 5 : Si deux plans sont sécants, leur intersection est une droite.

Application :
P est un plan. A, B, C sont trois points non alignés qui n'appartiennent pas à P. On suppose que (AB) coupe P en C', que (AC) coupe P en B' et que (BC) coupe P en A'.
Montrer que les points A', B' et C' sont alignés.



2) Positions relatives de deux droites

Propriété 1 :
Deux droites de l'espace peuvent être :
- Coplanaires (elles sont alors sécantes où parallèles).
- Non coplanaires (il n'existe aucun plan contenant à la fois ces deux droites).



d et *d'* ont un point d'intersection et sont coplanaires.

d et *d'* sont confondues et coplanaires.

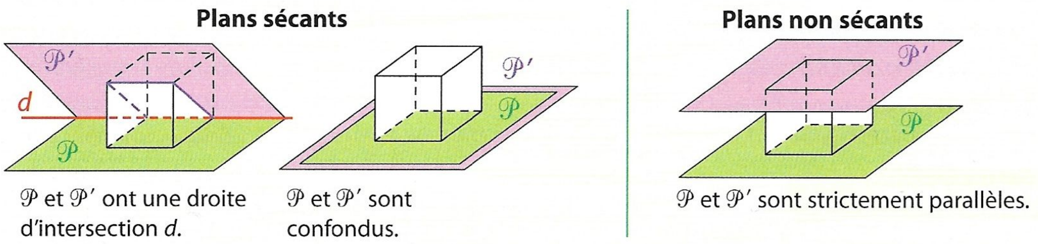
d et *d'* sont strictement parallèles et coplanaires.

d et *d'* sont non coplanaires.

Deux droites sont **strictement parallèles** lorsqu'elles sont coplanaires et non sécantes.

3) Positions relatives de deux plans

Propriété 2 :
Deux plans peuvent être :
- Sécants (leur intersection est une droite)
- Parallèles (ils n'ont aucun point commun ou ils sont confondus)



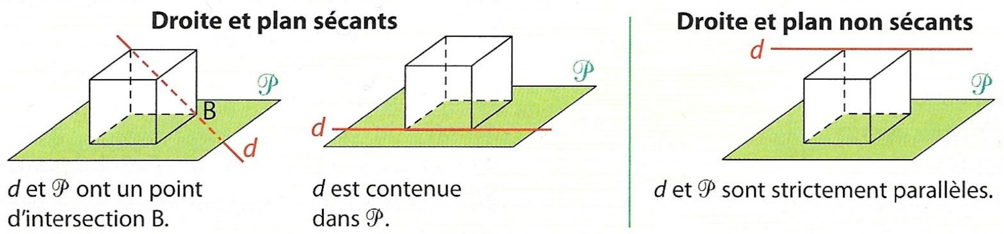
$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ ont une droite d'intersection *d*.

$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont confondus.

$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont strictement parallèles.

4) Positions relatives d'une droite et d'un plan

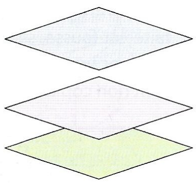
Propriété 3 :
Une droite peut être :
- Sécante à un plan (La droite et le plan ont un seul point commun)
- Parallèle à un plan (La droite et le plan n' ont aucun point commun ou la droite est contenue dans le plan)



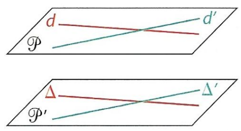
IV. Droites et plans parallèles

Propriété 4 :
Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
Propriété 5 :
Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une, coupe l'autre.

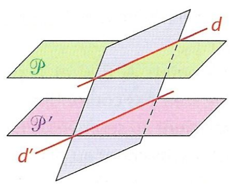
Propriété 6 :
Si deux plans sont parallèles à un même troisième, alors ils sont parallèles entre eux.



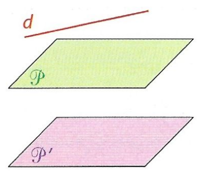
Propriété 7 :
Si deux droites sécantes d'un plan P sont parallèles à deux droites sécantes d'un plan P', alors P et P' sont parallèles.



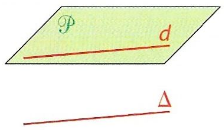
Propriété 8 :
Si deux plans P et P' sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un, coupe l'autre et leurs droites d'intersection sont parallèles.



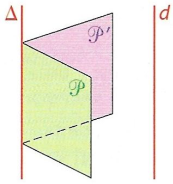
Propriété 9 :
Si deux plans sont parallèles et si une droite est parallèle à l'un, alors elle est parallèle à l'autre.



Propriété 10 :
Si une droite est parallèle à une droite d'un plan , alors elle est parallèle à ce plan.



Propriété 11 :
Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle à leur intersection.



Théorème du toit :
Si deux plans sécants contiennent deux droites parallèles, alors leur intersection est une droite parallèle aux deux premières.