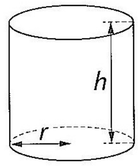
2^{nd} 7 – Mr Gniady	*Mathématiques*	*Pour le ……………………………*
DNS N°5 *Le soin, **<u>la rédaction</u>** et les efforts seront pris en compte dans la notation.*		

Les boîtes de conserve !

On s'intéresse, dans ce problème, aux boites de conserve cylindriques que l'on trouve dans les rayons de supermarchés. Plus particulièrement, nous regarderons les boites d'une contenance de **450 mL**.

On note r le rayon de la base (en cm) et h la hauteur de la boîte (en cm). Les fabricants ne sont pas des philanthropes : ils cherchent à faire des économies !



Partie I :

1) Expliquer pourquoi la contenance des boîtes est de 450 **cm³**.
On note V le volume de la boîte de conserve. On sait que $V = 450$ cm³.
2) Exprimer h en fonction de r pour cette boîte.
3) Faire le patron d'une boîte cylindrique avec $r = 3{,}5$ cm et $h = 11{,}7$ cm.

4) Montrer que l'aire totale S de la boîte en fonction de r est donnée par :

$$S(r) = \frac{900}{r} + 2\pi r^2 .$$

On cherche à optimiser la quantité de métal utilisée pour la fabrication de la boîte, c'est à dire minimiser la surface S. Pour cela, on définit la fonction f sur $]0\ ;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{900}{x} + 2\pi x^2 .$$

5) En choisissant la fenêtre d'affichage :

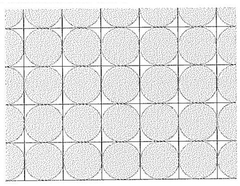
X_{min} : 0 Y_{min} : 0
X_{max} : 20 Y_{max} : 2600,

visualiser sur l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;20[$.
6) Tracer, sur une feuille millimétrée, la courbe représentant de la fonction f sur cet intervalle.

La courbe suggère une valeur de x permettant de minimiser la quantité de métal, mais son approximation visuelle n'est pas évidente. Utiliser la fonction « Zoom » pour obtenir une meilleure approximation.
L'approximation reste difficile. On utilise donc un tableau de valeurs pour affiner l'optimisation.
7) Donner le tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $]4{,}1\ ;4{,}2[$ avec un pas de 0,01.
8) Déterminer une valeur approchée au centième par défaut du rayon qui minimise la surface de métal utilisée.
9) Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;20[$.

Partie II :

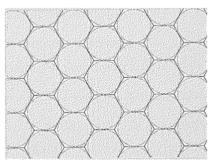
Les mathématiciens sont satisfaits, mais pas les techniciens ! En coupant les cylindres de métal, il y a trop de perte ; et cette perte, c'est de l'argent…



Observez le schéma ci-contre :
Les disques permettant de fabriquer les deux bases des boîtes sont contenus dans des carrés.
On s'intéresse ici à la quantité totale de métal utilisée pour une boite, **en tenant compte des pertes**.
1) Montrer que l'aire totale de métal utilisée pour une boite est :

$$S'(r) = \frac{900}{r} + 8r^2 .$$

2) En détaillant votre démarche, déterminer une valeur approchée au centième par défaut du rayon qui minimise la surface de métal utilisée.



Remarque : On peut encore améliorer le principe en découpant le plan selon des hexagones.
On obtient alors :