

Pour les exercices 1 à 3

La figure est celle de l'exercice résolu A.

1. On suppose maintenant que le quadrilatère ABCD est tel que  $AC = BD$ .

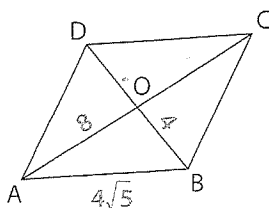
- Justifiez que  $IL = \frac{BD}{2} = JK$  et que  $LK = \frac{AC}{2} = IJ$ .
- Quelle est alors la nature du quadrilatère IJKL ?

2. On suppose maintenant que les diagonales (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

- Pourquoi (IJ) et (IL) sont-elles perpendiculaires ?
- Quelle est alors la nature du quadrilatère IJKL ?

3. Quelles conditions doivent vérifier les diagonales [AC] et [BD] pour que IJKL soit un carré ? Faites une figure.

4. Le parallélogramme est-il un losange ?

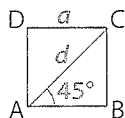


9. ABCD est un carré de côté  $AB = a$  et de diagonale  $AC = d$ .

1. Prouvez que  $d = a\sqrt{2}$ .

2. Déduisez-en les valeurs exactes de  $\cos 45^\circ$  et de  $\sin 45^\circ$ .

Vous pouvez supposer que  $a = 1$ .

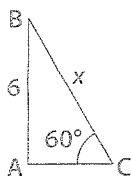


10. MNP est un triangle équilatéral de côté  $c$  et ABCD un carré de côté  $a$ . Démontrez que :

a) aire (MNP) =  $\frac{\sqrt{3}}{4} c^2$  ;

b) aire (ABCD) =  $a^2 = \frac{d^2}{2}$  ( $d$  : distance de AC).

11. Calculez  $x$ .



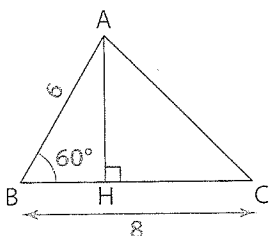
12. On considère le triangle ABC ci-après.

1. a) Calculez les valeurs exactes de AH et BH.

b) Déduisez-en que  $HC = 5$ .

2. Démontrez que  $AC = 2\sqrt{13}$ .

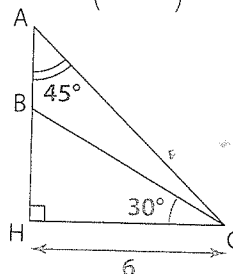
3. Calculez à un degré près la mesure des angles ACB et BAC.



13. 1. Calculez BH et AH.

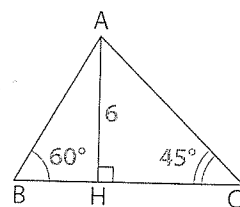
2. Déduisez-en que :

$$AB = 2(3 - \sqrt{3}).$$

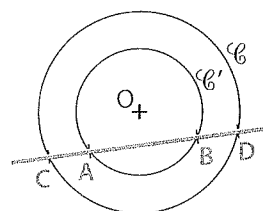


14. Démontrez que le périmètre du triangle ABC est égal à :

$$6(\sqrt{3} + 1 + \sqrt{2}).$$



15.  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  sont deux cercles de centre O. Une droite coupe  $\mathcal{C}'$  en A et B, et coupe  $\mathcal{C}$  en C et D.



1. Démontrez que [AB] et [CD] ont la même médiatrice.

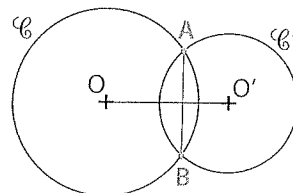
2. Déduisez-en que [AB] et [CD] ont le même milieu, puis que  $AC = BD$ .

16. Deux cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  de centres O et O', et de rayons différents, sont sécants en A et B.

1. Démontrez que (AB) et (OO') sont perpendiculaires.

2. On suppose  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  de même rayon.

Quelle est la nature du quadrilatère OAO'B ?

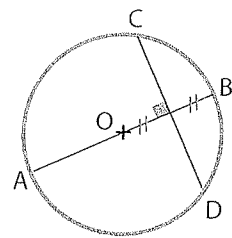


17. 1. a) Quelle est la médiatrice de [OB] ?

b) Pourquoi :

$$OD = DB = OB ?$$

2. Quelle est la nature du quadrilatère ODBC ? Justifiez votre réponse.



33. Avec le centimètre pour unité, les côtés du triangle ABC ont pour mesures 5, 5, 6 et ceux du triangle MNP ont pour mesures 5, 5, 8.

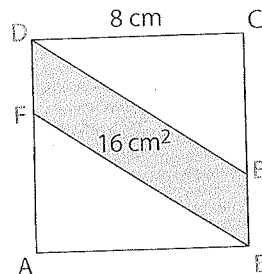
Lequel des deux triangles a la plus grande aire ?

34. Dans un carré de 8 cm de côté, on a découpé une bande verte, DEBF ayant la forme d'un parallélogramme d'aire  $16 \text{ cm}^2$ .

1. a) Quelle est l'aire du triangle DCE ?

b) Déduisez-en CE puis EB.

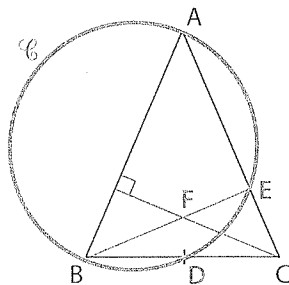
2. Quelle est la largeur de la bande ?



**27 Utiliser les droites remarquables d'un triangle**

ABC est un triangle isocèle en A. Le cercle  $\mathcal{C}$ , de diamètre [AB], coupe [BC] en D et [AC] en E.

La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe la droite (BE) en F.



**Objectif** Démontrer que A, D, F sont trois points alignés et que (AF) est la médiatrice de [BC].

**1. Tirer des conséquences immédiates de la figure et des hypothèses**

Par hypothèse, [AB] est un diamètre de  $\mathcal{C}$ . On obtient une figure-clé liée au triangle rectangle.

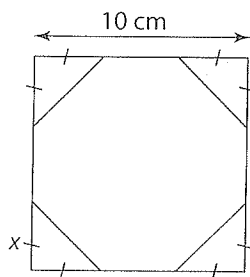
- a) Quelle est la nature des triangles AEB et ADB ?
- b) Pourquoi peut-on affirmer que F est l'orthocentre du triangle ABC ?
- c) Pourquoi peut-on affirmer que (AD) est la médiatrice de [BC] ?

**2. Trouver une piste**

On tire des conséquences des résultats obtenus sur (AF) et (AD).

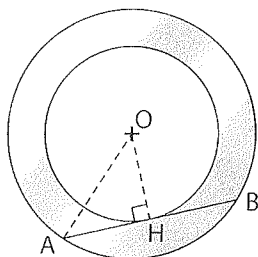
- a) Pourquoi (AF) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?
- b) Dédisez-en que A, D, F sont alignés, puis que (AF) est médiatrice de [BC].

**35** Aux quatre coins d'un carré de côté 10 cm, on enlève quatre triangles rectangles isocèles coloriés en bleu. Calculez la valeur exacte de  $x$  pour laquelle l'aire restante représente 80 % de l'aire du carré.

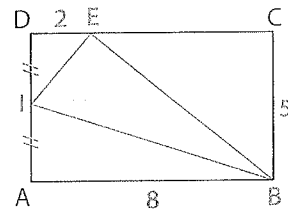


**36**  $AB = 8$  cm et la droite (AB) est tangente au cercle intérieur.

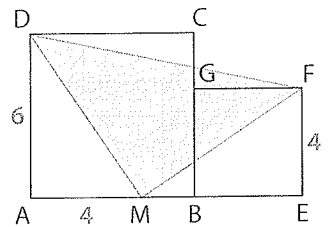
Calculez l'arrondi au centième de l'aire en  $\text{cm}^2$  de la couronne délimitée par les deux cercles concentriques.



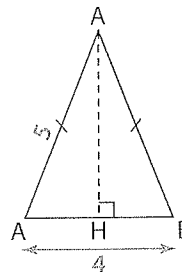
**26** Peut-on affirmer que le triangle IEB est rectangle ?



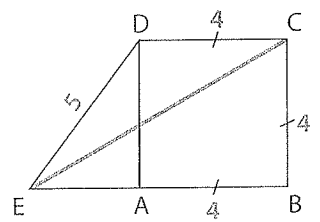
**27** ABCD et BEFG sont deux carrés ;  
 $AM = EF = 4$  et  $AD = 6$ .  
 Le triangle DMF est-il rectangle isocèle ?



**28** 1. Calculez AH.



2. Calculez AE, puis EC.



**29** Les droites (AE) et (BF) sont parallèles.

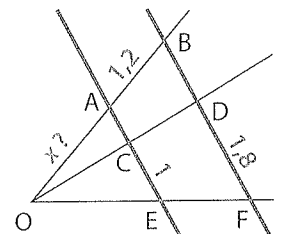
1. Justifiez les égalités :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{CE}{DF}$$

2. Dédisez-en que :

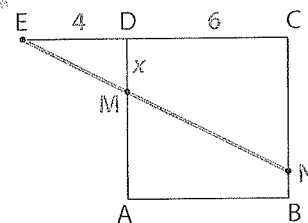
$$\frac{x}{x+1,2} = \frac{1}{1,8}$$

et calculez  $x$ .



**30 Une mise en équation**

ABCD est un carré de côté 6 cm et  $DE = 4$  cm. M est un point du segment [AD]. La droite (EM) coupe le segment [BC] en N. On se propose de trouver M tel que  $DM = BN$ . On pose  $DM = x$ .



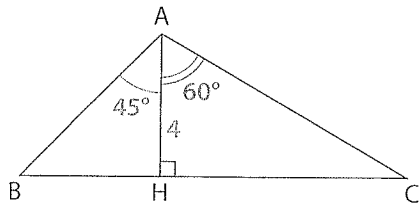
1. Démontrez que  $x \in \left[0; \frac{12}{5}\right]$ .

2. a) Calculez CN en fonction de  $x$ .

b) Dédisez-en BN.

3. Existe-t-il une valeur de  $x$  pour laquelle  $DM = BN$  ?

49



1. Calculez les valeurs exactes de BH, BA, CH et CA.
2. Déduisez-en que :  
périmètre  $(ABC) = 4(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 3)$ .

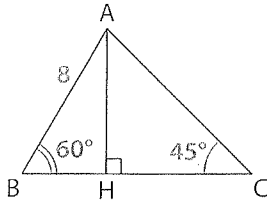
50 1. a) Calculez les valeurs exactes de BH, AH et HC.

b) Déduisez-en que :

$$BC = 4(1 + \sqrt{3}).$$

2. Démontrez que :

$$\text{aire}(ABC) = 8(3 + \sqrt{3}).$$



51 Lire une figure

ABCD est un carré.

1. a) Calculez EK.

b) Déduisez-en que :

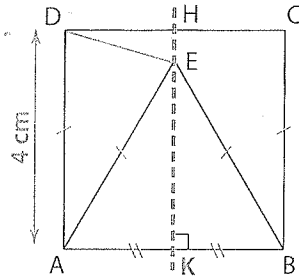
$$HE = 2(2 - \sqrt{3}) \text{ cm.}$$

2. a) Calculez en degrés les mesures des angles :

•  $\widehat{DAE}$  •  $\widehat{ADE}$  •  $\widehat{EDH}$

b) Déduisez-en que :

$$\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$



52 Une mise en équation

ABC est un triangle équilatéral de côté 6. M est un point de [BH]. MNPQ est un rectangle d'axe de symétrie (AH).

Le but de l'exercice est de placer M sur [BH] tel que MNPQ soit un carré.

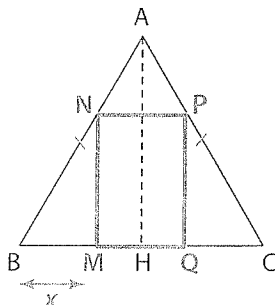
On pose  $BM = x$ .

1. a) Calculez MN en fonction de x.

b) Justifiez que  $MQ = 6 - 2x$ .

2. a) Justifiez que le problème posé revient à résoudre l'équation  $x\sqrt{3} = 6 - 2x$ .

b) Déduisez-en x et démontrez que la valeur trouvée s'écrit également  $6(2 - \sqrt{3})$ .



65 Lire sur une figure

L'unité de longueur est le cm.

1. a) Calculez en degrés la mesure des angles du triangle ABC.

b) Calculez les valeurs exactes de AB et BC.

2. On note H le pied de la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

a) Calculez CH et AH.

b) Déduisez des questions précédentes que :

• périmètre  $(ABC) = (2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ cm}$  ;

• aire  $(ABC) = (\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$ .

