Vecteurs

Classe de seconde

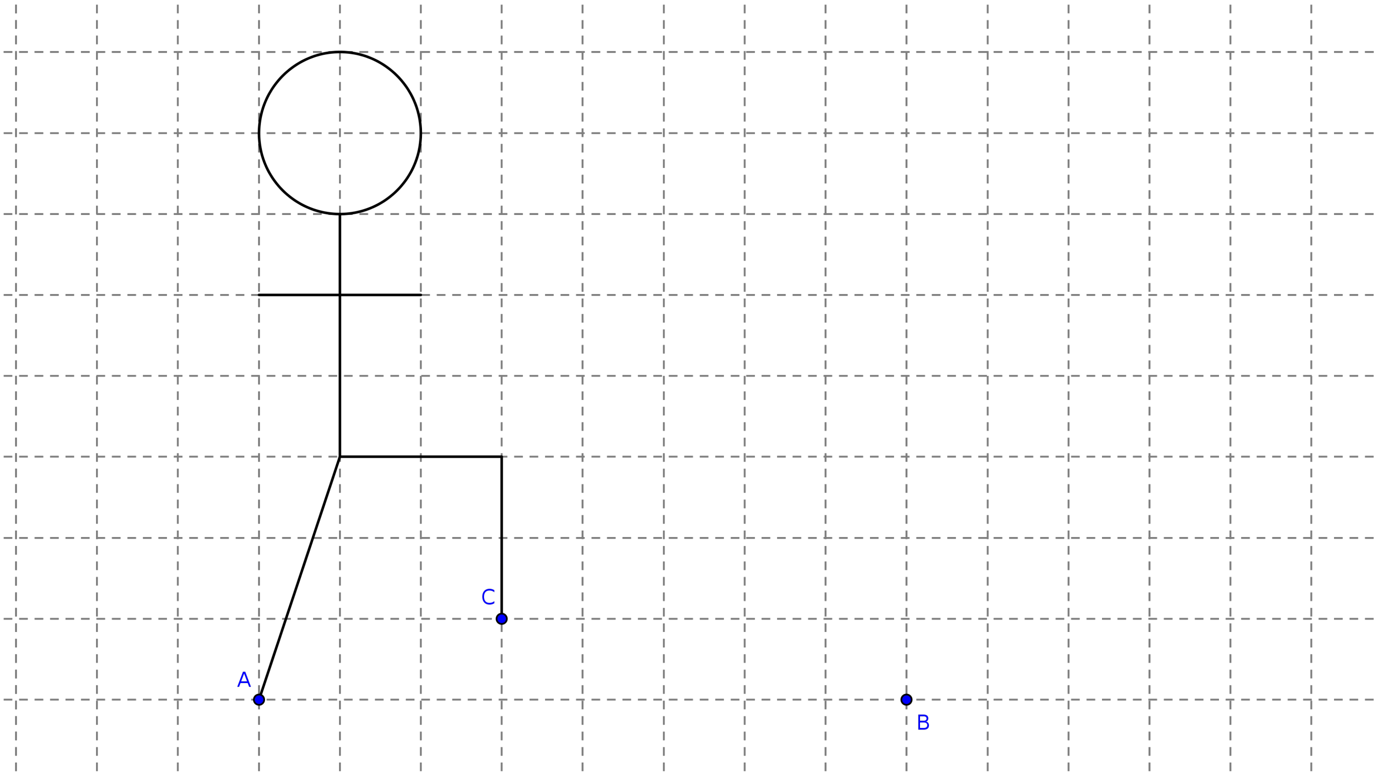
Vecteurs

Chapitre 5 – Vecteurs

Activité préparatoire 1

Objectif : - *Découvrir la notion de translation*
- *Découvrir la notion de vecteurs*
- *Vecteurs égaux*

Vous allez voir Brian s'entraîner pour les championnats du monde de patinage artistique. Alors que vous le regardez, vous décidez de schématiser ses déplacements sur une feuille.
Voici votre schéma :



Brian fait une glissade de A vers B.

1) Dessiner la nouvelle position de Brian.
2) Dessiner une flèche partant de A et allant vers B.

Vous venez de tracer le ***vecteur*** $\overrightarrow{AB}$.

3) Soit D le point correspondant au pied levé de Brian lors de sa nouvelle position.
  a) Placer le point D sur le schéma.
  b) Que peut on dire du quadrilatère ABCD ?

4) Complétez les trois affirmations suivantes :

Les droites (AB) et (CD) sont ………………… . Les segments [AB] et [CD] ont la même ……………… .

Les segments [AD] et [CB] ont même ……………… .

On dit que le point D est l'image du point C par la ***translation de vecteur*** $\overrightarrow{AB}$.
On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ *sont* ***égaux***.

Chapitre 5 – Vecteurs

Activité préparatoire 2

Le voilier

Voici le type de problème que l'on pourra résoudre avec les vecteurs :
Gilles navigue en mer avec son voilier. Dans les conditions météorologiques actuelles, ses puissantes voiles pourraient lui donner une vitesse de 35 km/h à 80° au nord de la direction ouest. Par contre, le puissant courant réduit cette vitesse et le dévie légèrement de sa trajectoire. En effet, s'il se laissait dériver, le courant l'entraînerait à une vitesse de 10 hm/h en direction sud-est.

Si Gilles ouvre ses voiles, quelle vitesse atteindra le voilier et quelle sera sa direction ?

Sur votre cahier, représentez schématiquement et **sans texte** :

1) Un vent qui souffle en direction Nord à une vitesse de 4 km/h
2) Un vent qui souffle en direction Nord-Est à une vitesse de 2 km/h
3) Un vent qui souffle en direction Sud-Ouest à une vitesse de 8 km/h

Mise en commun...

a) Qu'est ce qui différencie les trois flèches que vous avez tracées ?
b) Est-ce que l'emplacement des flèches sur la feuille a de l'importance ?

→ **Représentants d'un vecteurs**

Qu'est ce qu'un vecteur ?

Grandeur
Une grandeur s'exprime sous la forme d'un **nombre réel** et d'une **unité de mesure**.

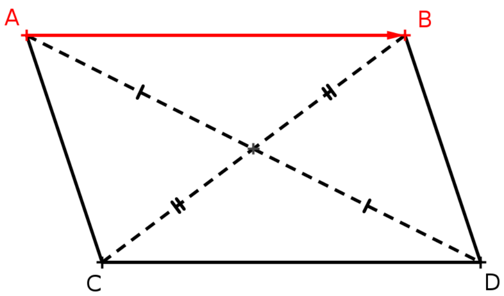
Quantité scalaire
Une quantité scalaire comprend **seulement une grandeur**.
Exemples : 3 s ; 12,5 m ; 28 kg ; 7 …

Quantité vectorielle
Une quantité vectorielle comprend **une grandeur et une orientation**.
Exemples : 12,5 m vers l'ouest, 17 km/h à 30° …

I. Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

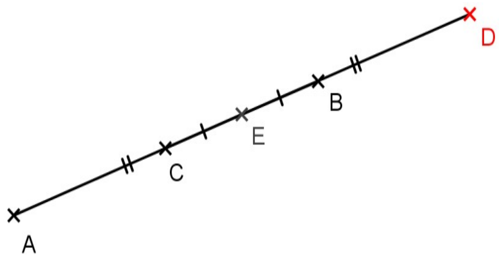
Définition :
Soit A et B deux points distincts du plan.
La **translation qui transforme** A en B associe à tout point C du plan l'unique point D tel que les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.
La translation qui transforme A en B est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Cas 1 : $C \notin (AB)$



Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc D est le point tel que ABDC est un parallélogramme.

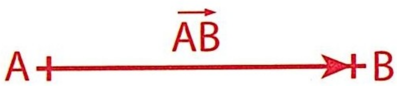
Cas 2 : $C \in (AB)$



On dit que ABDC est un parallélogramme aplati.

Un vecteur est un objet mathématique défini par une **direction**, un **sens** et une **longueur**. On le représente par une flèche. Cette définition est très utile (en physique par exemple) .

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour **direction** celle de la droite (AB), pour **sens** celui de A (l'origine) vers B (l'extrémité) et pour **longueur** AB.

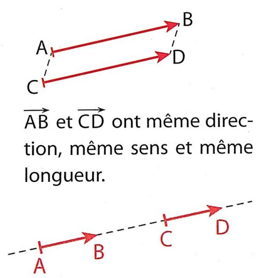


II. Vecteurs égaux et vecteurs particuliers

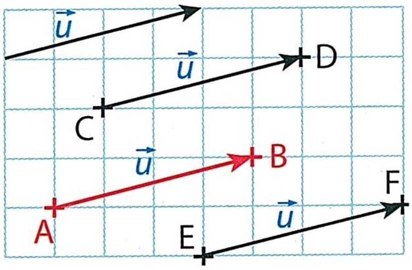
1) Vecteurs égaux

<u>**Définition :**</u>
Lorsque la translation qui transforme A en B, transforme également C en D, on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.
On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

<u>**Conséquence :**</u>
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme (éventuellement aplati).



Représentants d'un vecteurs

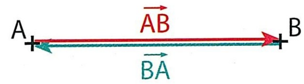


Il existe une infinité de vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Par exemple ci-contre : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF} = \dots$
Ce vecteur peut être noté $\vec{u}$ et on dit que $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$, … sont des représentants du vecteur $\vec{u}$.

2) Vecteurs particuliers

Vecteur nul
La translation qui transforme le point A en A est la translation de vecteur $\overrightarrow{AA}$.
Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé **vecteur nul**, on le note $\vec{0}$. Ainsi $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.
Conséquence : $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ si et seulement si A = B (cette conséquence est parfois très pratique pour démontrer que deux points sont confondus).

Vecteurs opposés
La translation qui transforme le point B en A est la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$. Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est appelé **opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $-\overrightarrow{AB}$. Donc, $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$
L'opposé du vecteur $\vec{u}$ est le vecteur $-\vec{u}$.



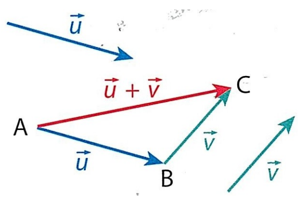
Caractérisation du milieu
Le point I est le milieu du segment [AB] si, et seulement si, $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

III. Addition de deux vecteurs

1) Vecteur somme

__Définition :__
La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$.
On note ce vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

Remarque : L'ordre de l'enchaînement n'a pas d'importance.



Propriétés

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
$\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$
$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

On appelle différence de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le vecteur noté $\vec{u} - \vec{v}$ défini par : $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

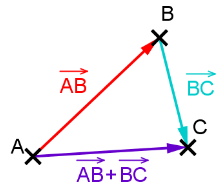
Caractérisation du milieu : Le point I est le milieu du segment [AB] si, et seulement si, $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

2) Construction d'une somme

Pour construire géométriquement la somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on peut utiliser l'une ou l'autre de ces deux propriétés :

<u>Propriété : Relation de Chasles</u> (1793 ; 1880 mathématicien français)
Pour tous points A, B et C :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

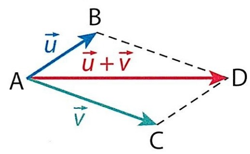


L'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le point B.
L'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est le point C.
Donc l'image du point A par l'enchaînement des translations de vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis de vecteur $\overrightarrow{BC}$ est le point C.

Remarque : Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches dont l'extrémité de l'une est l'origine de l'autre on utilise la relation de Chasles.

<u>Propriété : Règle du parallélogramme</u>

A, B et C étant trois points distincts non alignés, le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ est le point tel que ABDC soit un parallélogramme.



Remarque : Quand les deux vecteurs sont représentés par des flèches ayant la même origine, on trace le vecteur somme en traçant le parallélogramme.

IV. Produit d'un vecteur par un nombre réel

1) Le vecteur $\lambda\vec{u}$

<u>Propriété :</u>
λ désigne un nombre réel et $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul. C est le point tel que $\overrightarrow{AC}=\lambda\vec{u}$.
Si $\lambda>0$, alors $C\in[AB)$ et $AC=\lambda AB$.
Si $\lambda<0$, alors $C\in(AB)$ mais $C\notin[AB)$ et $AC=-\lambda AB$.

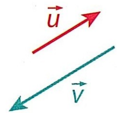
$\lambda\vec{u}=\vec{0}$ si, et seulement si, $\lambda=0$ ou $\vec{u}=\vec{0}$

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, pour tous nombres réels λ et λ',
$\lambda(\vec{u}+\vec{v})=\lambda\vec{u}+\lambda\vec{v}$
$(\lambda+\lambda')\vec{u}=\lambda\vec{u}+\lambda'\vec{u}$
$(\lambda\lambda')\vec{u}=\lambda(\lambda'\vec{u})$

Le vecteur $(-1)\vec{u}$ est noté $-\vec{u}$ (opposé du vecteur $\vec{u}$)

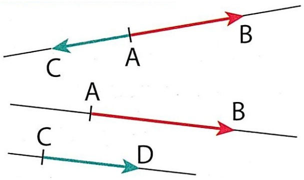
2) Colinéarité de vecteurs

Définition
Dire que deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires signifie qu'il existe un nombre réel λ tel que $\vec{v} = \lambda \vec{u}$, autrement dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont même direction.
Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.



Propriétés :
- Trois points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

- Deux droite (AB) et (CD) sont parallèles si, et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.



Liste des exercices :

Notion de vecteur : 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 p 204
Somme : 25, 26, 27, 28, 29, 30 p 206
Multiplication par réel : 33, 34, 35, 36 p 206 ; 40, 41, 42, 43 p 207
Points alignés : 62, 63 p 209
Droites parallèles : 66 p 210